

1 Potenzen

Schreibe folgende Ausdrücke nur mit Hilfe des Exponenten:

a) $\frac{1}{x}$

b) $\sqrt[3]{x}$

c) $\sqrt[4]{x^2} \cdot \sqrt{x}$

d) $\frac{4}{\sqrt{x^5}} + \frac{1}{x^2}$

2 Differentialrechnung

Berechne folgende Ableitungen

a) $(\frac{1}{x^3} + 4x)'$

b) $(2 \cdot \sin(x) + \cos(x))'$

c) $(\sqrt[4]{x^2} + e^x)'$

d) $(e^{7x^2})'$

d) $(\ln(x))'$ (wobei $\ln(x) = \log_e(x)$, also der log zur Basis e)

3 Integralrechnung

Berechne folgende unbestimmte Integrale:

a) $\int x \, dx$

b) $\int \frac{x^3}{3} + 2 \, dx$

c) $\int e^{3x^2} \, dx$

d) $\int \cos(x) + 2 \, dx$

Berechne folgende bestimmte Integrale:

a) $\int_0^1 x^2 \, dx$

b) $\int_{-3}^4 x^2 \, dx$

c) $\int_0^2 2 \cdot \cos(x) \, dx$

d) $\int_{-1}^1 x \, dx$

e) $\int_0^2 e^x \, dx$

4 Folgen

Berechne die ersten 3 Glieder der folgenden Folgen:

a) $a_n = n + 2$

b) $a_n = n^2 + 3n + 1$

c) $a_n = a_{n-1}, a_0 = 1$

d) $a_n = a_{n-1} + 2 \cdot a_{n-2}, a_0 = 2, a_1 = -2$

e) $a_n = (-2)^n$

5 Reihen

Berechne die ersten 3 Teilsummen der folgenden Reihen:

a) $\sum_{n=0}^{\infty} 2 \cdot n$

b) $\sum_{n=0}^{\infty} 2^n + 3$

c) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$

Berechne die folgenden Reihen:

a) $\sum_{n=0}^2 n^2$

b) $\sum_{n=1}^2 \frac{1}{3^n}$

c)* $\sum_{n=0}^{10} \cos(n \cdot \pi)$

6 Konvergenz von Folgen

Bestimme, ob die folgenden Folgen konvergieren oder divergieren:

- a) $a_n = \frac{1}{n}$
- b) $a_n = n$
- c) $a_n = (-2)^n$
- d) $a_n = \ln(n)$
- e) $a_n = \sin(n)$

7 Konvergenz von Reihen

Bestimme, ob die folgenden Summen konvergieren oder divergieren:

- a) $\sum_{n=0}^{\infty} n$
- b) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n}{1000}$
- c) $\sum_{n=0}^{\infty} \sin(n \cdot \pi)$
- d) $\sum_{n=0}^{\infty} 1$
- e)* $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n}$
- f)* $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n^2}$

8 Monotonie

Bestimme, ob die folgenden Funktionen entweder monoton fallend, monoton steigend oder keines der beiden sind:

- a) $f(x) = x$
- b) $f(x) = \sqrt{x} + 3$
- c) $f(x) = \frac{1}{x}$
- d) $f(x) = (-2)^x$
- e) $f(x) = \cos(x)$
- f)* $f(x) = x + \cos(x)$
- g)* $f(x) = x + 2 \cdot \cos(x)$